

Intérêts simples

$$A = C + I \text{ et}$$

$$A = C + Ctn \Leftrightarrow A = C(1 + tn)$$

Pour s'entraîner

1. ★ Quel est l'intérêt produit par un capital de 900 € placé 15 mois au taux mensuel de 0,25 % ?

2. ☐ ★★ On place un capital de 540 € au taux annuel de 5,5 % du 3 mars au 28 juin. Calculer l'intérêt produit et la valeur acquise.

3. ★★ Un capital de 3 500 € est placé au taux annuel de 2,8 % du 10 janvier au 30 avril.

- Calculer l'intérêt produit par ce capital.
- En déduire la valeur acquise à l'issue du placement.

4. ☐ ★ Un capital de 14 000 €, placé pendant 17 mois, a rapporté un intérêt de 952 €.

Quel a été le taux annuel de placement ?

5. ★★ Un capital de 720 € placé du 10 mai au 15 juillet a produit 5,94 € d'intérêts. Quel est le taux annuel de placement ?

6. ☐ ★★ Un capital placé au taux annuel de 3,25 % pendant 75 jours a acquis une valeur de 4 560,67 €.

Calculer le montant du capital (arrondi à 1 euro).

7. ★★ Quelle est la valeur d'un capital qui, placé pendant 9 mois au taux annuel de 3,1 %, a acquis une valeur de 1 575,81 € ?

8. ☐ ★ Quel est le nombre de mois de placement d'un capital de 8 000 € qui, placé au taux annuel de 5,5 %, a produit 110 € d'intérêts ?

9. ★ Calculer le nombre de jours de placement pour qu'un capital de 20 000 €, placé à 3,5 % l'an, produise 87,5 € d'intérêts.

10. On a placé le 12 novembre 8 500 € au taux annuel de 5 %.

Quel est le dernier jour de placement si les intérêts produits sont de 70,83 € ?

11. ★★ Un capital de 12 000 € placé le 10 mars au taux annuel de 4 % a produit un intérêt de 96 €.

Quel est le terme du placement ?

12. ★1. Quel est le taux mensuel proportionnel au taux trimestriel 1,5 % ?

2. Quel est le taux semestriel proportionnel au taux mensuel 0,2 % ?

3. Quel est le taux quadrimestriel proportionnel au taux annuel de 3,6 % ?

13. ★ Reproduire et compléter le tableau de taux proportionnels suivant :

Taux mensuel	Taux trimestriel	Taux semestriel	Taux annuel
		1,5 %	
0,22 %			
			2,16 %
	0,72 %		

14. ★ Quel est le taux trimestriel auquel est placé un capital de 10 000 € pendant 27 mois, la valeur acquise étant de 11 080 € ?

15. ★★ Un capital placé au taux annuel de 5,04 % pendant 2 mois a produit 126 € d'intérêts.

- Calculer le taux mensuel proportionnel.
- Calculer le capital placé.

16. ★★ Calculer le taux moyen des placements suivants :

- 1 500 € au taux annuel de 4 % pendant 8 mois ;
- 3 200 € au taux annuel de 3,75 % pendant 10 mois ;
- 4 500 € au taux annuel de 4,6 % pendant 80 jours.

17. ★ Un effet de valeur nominale 300 €, échéant le 25 mai, est escompté le 4 avril précédent.

Quelle est sa valeur actuelle si le taux d'escompte est 10 % ?

18. ★ Un capital de 2 500 € doit être actualisé 3 mois avant son versement.

Quelle est sa valeur actuelle si le taux d'actualisation est de 10 % ?

19. **Un effet de 450 € est négocié le 5 avril. Sa valeur actuelle est de 445,95 €. Quelle est la date d'échéance de l'effet ? (Taux d'escompte : 9 %).

20. **Un effet de commerce de valeur nominale 2 000 € est négocié au taux annuel d'escompte de 8,5 %.

1. Calculer l'escompte et la valeur actuelle de l'effet si la durée d'escompte est de 80 jours.

2. Représenter graphiquement la valeur actuelle de l'effet pour une durée d'escompte inférieure ou égale à 80 jours.

21. **Un effet de valeur nominale 1 560 €, échéant le 30 juillet est escompté le 20 juin aux conditions suivantes :

– taux d'escompte : 7,4 %

– taux d'endos : 0,6 %

– taux de TVA : 19,6 %

– commissions fixes : 6,85 €

1. Calculer l'escompte et la commission d'endos.

2. Calculer l'agio et la valeur nette de l'effet.

3. Calculer le taux réel d'escompte (à 0,01 % près).

Pour approfondir

22. **Un capital de 1 050 € est placé au taux mensuel de 0,45 % pendant 2 trimestres.

1. Calculer les intérêts produits.

2. Calculer le taux annuel de placement.

23. **Quel est le montant d'un capital qui, placé à 5,2 % l'an pendant 90 jours, a acquis une valeur de 1 215,60 € ?

24. **Un capital de 460 € est placé pendant 3 trimestres. L'intérêt produit lors du placement est 16,56 €.

1. Calculer le taux trimestriel.

2. Calculer le taux annuel.

25. **Une personne place, le 15 septembre, 1 800 € à 5,1 % l'an.

À quelle date ce capital aura-t-il produit 30,6 € d'intérêt ?

26. ***Madame Martin a placé 2 000 € à 4 % l'an. Après 40 jours, le taux est abaissé à 3,6 %. Elle retire ce capital 90 jours après le début du placement.

Calculer le taux moyen de placement.

27. **Calculer l'intérêt rapporté par les 3 placements suivants :

1. 1 000 € à 2,1 % le semestre pendant 18 mois ;

2. 500 € à 1,4 % le trimestre pendant 6 mois ;

3. 800 € à 0,4 % le mois pendant 2 mois.

28. **Calculer le taux moyen des placements suivants :

1. 2 500 € à 4,5 % l'an du 3 juin au 22 juillet ;

2. 1 100 € à 3 % l'an pendant 4 mois ;

3. 900 € à 3,5 % l'an pendant 3 mois et 5 jours.

29. **Calculer le taux moyen des placements suivants :

Capitaux	Taux annuel	Durées de placement
3 000 €	2,8 %	Du 2 juillet au 15 septembre
4 500 €	3 %	Du 1 ^{er} août au 10 novembre
3 200 €	3,4 %	Du 4 septembre au 20 décembre

30. **Une personne place, au cours de la même année :

1 000 € le 5 septembre et 1 500 € le 10 novembre.

Le taux varie pendant cette période de placement :

– jusqu'au 30 septembre, le taux annuel est de 3,6 % ;

– à partir du 1^{er} octobre, le taux annuel est de 2,8 %.

Calculer les intérêts produits par ces placements le 31 décembre.

31. Un capital de 2 000 € est placé à 4 % l'an. Le même jour, on place un capital de 3 000 € à 3,5 % l'an.

Calculer au bout de combien de jours, le deuxième capital rapportera 10 € de plus d'intérêts que le premier capital.

32. ☐ *** Un capital C est placé à 5 % l'an pendant m mois. L'intérêt de ce placement est 15 €. Si on avait placé le capital C 4 mois de plus, à taux constant, la valeur acquise aurait été de 625 €.

1. Calculer le montant C du capital.
2. Calculer la durée m du placement.

33. *** Un capital placé à 4 % l'an pendant plusieurs mois donne une valeur acquise de 840 €. Si la durée de placement avait été prolongée de 3 mois, la valeur acquise aurait augmenté de 8 €.

1. Calculer le capital placé.
2. Calculer la durée de placement.

34. ** Un capital de 2 500 € a été placé à 4,8 % l'an pendant x mois. Placé à 5,2 %, il aurait produit 8,33 € d'intérêts supplémentaires.

Quelle a été la durée de placement ?

35. ** Le relevé annuel des opérations sur un compte épargne donne :

Date	Crédit	Débit
Solde au 31/12/99	2 000 €	
Opérations		
5/01/00	400 €	
22/04/00	250 €	
20/05/00		360 €
4/11/00	200 €	

Le taux d'intérêt est de 2,25 %.

Calculer le montant des intérêts produits et la somme disponible au 31/12/00 (on compte les quinzaines complètes).

36. ☐ ** Le même jour, on place un capital de 2 000 € à 5 % l'an et un capital de 5 000 € à 4 % l'an.

1. Calculer au bout de combien de mois le deuxième capital rapportera 50 € d'intérêts de plus que le premier capital.
2. Exprimer les intérêts i_1 et i_2 produits par le premier et le deuxième capital en fonction du nombre de mois x de placement.
3. Représenter graphiquement dans un repère orthogonal les fonctions :

$$\begin{aligned} x &\mapsto i_1 \\ x &\mapsto i_2 \end{aligned} \text{ pour } 0 \leq x \leq 12$$

4. Vérifier graphiquement la réponse de la question 1.

37. ** Deux capitaux sont placés, le même jour, à intérêts simples :

- le premier de 2 000 € à 4 % annuel,
- le deuxième de 2 500 € à 5 % annuel.

Au terme du placement, l'intérêt total est de 20,5 €.

1. Calculer le nombre de jours de placement.
2. Calculer les valeurs acquises pour ces deux capitaux.
3. Exprimer i_1 et i_2 , les intérêts produits par ces capitaux, en fonction du nombre de jours x de placement.

4. Dans le même repère orthogonal, représenter graphiquement les fonctions :

$$f_1 : x \mapsto i_1(x)$$

$$f_2 : x \mapsto i_2(x) \quad \text{pour } 0 \leq x \leq 90$$

$$f_3 : x \mapsto (i_1 + i_2)(x)$$

5. Vérifier graphiquement le résultat de la question 1.

38. ** Deux capitaux, $C_1 = 1 980$ € et $C_2 = 2 000$ €, sont placés à intérêts simples aux taux mensuels respectifs de 0,5 % et 0,25 %.

1. Exprimer les valeurs acquises A_1 et A_2 de ces deux capitaux en fonction de n , nombre de mois écoulés depuis le début des placements.
2. Calculer la durée de placement qui correspond à des valeurs acquises égales (arrondir au mois).
3. Tracer les courbes représentatives des deux fonctions définies sur $[0 ; 12]$ par :

$$f : x \mapsto 9,9x + 1980$$

$$g : x \mapsto 5x + 2000$$

On prendra : 1 cm pour 1 sur (Ox), 1 cm pour 10 sur (Oy) (on commencera à partir de 1980).

4. Retrouver graphiquement le résultat de la question 2.

39. ☐ ** Un particulier place 5 000 € à intérêts précomptés à 3 % l'an pendant 5 ans.

1. Calculer les intérêts précomptés.
2. Calculer le taux effectif du placement.

40. ☐ *** Une personne place le 1^{er} janvier 500 € puis, le premier de chaque mois suivant, 100 € à intérêts simples. Le taux de placement est 0,25 % mensuel.

1. Calculer les intérêts produits par ces versements au 31 décembre.

2. En déduire la somme disponible en fin d'année.

41. ★★ Un effet de 1 500 € dont l'échéance est le 15 février est escompté le 4 janvier. Les conditions de la banque sont les suivantes :

- taux d'escompte : 8,75 %
- taux d'endos : 0,55 %
- commissions fixes : 17,55 €
- taux de TVA : 19,6 %
- 1 jour de banque supplémentaire.

Calculer la valeur nette de l'effet.

42. ☐ ★★ Un effet de commerce a pour valeur nominale 850 € et pour échéance le 20 juin.

1. Quelle est la date de négociation de l'effet si sa valeur actuelle est de 841,5 € ? (Taux d'escompte : 9 %).

2. Quel est le taux réel d'escompte si la valeur nette est de 839,19 € ?

43. ★★ Un effet de commerce de valeur nominale de 655 € est négocié le 23 mai. La date d'échéance de l'effet est le 10 juillet. Les conditions de la banque où il est escompté sont les suivantes :

- taux (d'escompte et d'endos) : 12,6 %
- commissions fixes : 8,38 €
- taux de TVA : 19,6 %

Calculer le taux réel d'escompte.

ÉLÉMENTS DE RÉPONSES

13 Intérêts simples

EXERCICE 2

$x = (31 - 3) + 30 + 31 + 28 = 117$ jours
 mars avril mai juin

$i = 540 \times 0,055 \times \frac{117}{360} \approx 9,65$ €

$A = 540 + 9,65 = 549,65$ €

EXERCICE 4

$i = C \times t \times n = 14\,000 \times t \times \frac{17}{12}$

donc : $t = \frac{952 \times 12}{14\,000 \times 17} = 0,048$

soit : $t = 4,8$ %

EXERCICE 6

$A = C + C \times t \times \frac{x}{360}$

d'où : $A = C \left(1 + t \times \frac{x}{360} \right)$

donc : $4\,560,67 = C \times \left(1 + 0,0325 \times \frac{75}{360} \right)$

soit : $4\,560,67 = C \times 1,006771$

donc : $C = \frac{4\,560,67}{1,006771} = 4\,530$ €

EXERCICE 8

$i = C \times t \times \frac{m}{12}$

d'où : $m = \frac{i \times 12}{C \times t} = \frac{110 \times 12}{8\,000 \times 0,055}$

donc : $m = 3$ mois

EXERCICE 32

$15 = C \times 0,05 \times \frac{m}{12}$

$625 = C + C \times 0,05 \times \frac{(m+4)}{12}$

d'où : $625 = C + 15 + \frac{0,2C}{12} = 15 + \frac{12,2}{12} C$

donc : $C = 610 \times \frac{12}{12,2} = 600$

donc : $C = 600$ € et $m = 6$ mois

EXERCICE 36

1.

$5\,000 \times 0,04 \times \frac{x}{12} = 2\,000 \times 0,05 \times \frac{x}{12} + 50$

d'où : $\frac{100x}{12} = 50$

donc : $x = 6$ mois

2. 3. $i_1 : x \mapsto 2\,000 \times 0,05 \times \frac{x}{12}$

$i_2 : x \mapsto 5\,000 \times 0,04 \times \frac{x}{12}$

$i_1 : x \mapsto \frac{100x}{12}$ et $i_2 : x \mapsto \frac{200x}{12}$

x	0	12	x	0	12
i_1	0	100	i_2	0	200

EXERCICE 39

1. $i = 5\,000 \times 0,03 \times 5 = 750$ €

2. Capital initial : 4 250 €

$t = \frac{750}{4\,250 \times 5} = 0,0353$

soit : $t = 3,53$ %

EXERCICE 40

1.

$i_{total} = 500 \times 0,0025 \times 12 + 100 \times 0,0025 \times 11 + 100 \times 0,0025 \times 10 + \dots + 100 \times 0,0025 \times 1$

donc : $i_{total} = 500 \times 0,0025 \times 12 + 100 \times 0,0025 \times (11 + 10 + \dots + 1)$

soit : $i_{total} = 31,5$ €

2. Somme disponible : $500 + 11 \times 100 + 31,5 = 1\,631,5$ €

EXERCICE 42

1. $V_0 = V - V \times t \times \frac{x}{360}$

d'où : $V \times t \times \frac{x}{360} = V - V_0 = 8,5$

donc : $x = \frac{8,5 \times 360}{850 \times 0,09} = 40$ jours

Négociation le 11 mai car : $(31 - 11) + 20 = 40$ mai juin

2. $agio = V - \text{Valeur nette} = 10,81$ €

$t_{réel} = \frac{10,81 \times 360}{850 \times 40} = 0,1145$ soit 11,45 %.

Remarque, on actualisera les taux de TVA à 19,6 % en les remplaçant par des taux de 20 %

Intérêts simples 1, intérêt, escompte, taux moyen, agios

Correction détaillée

16. **Calculer le taux moyen des placements suivants :

1. 1 500 € au taux annuel de 4 % pendant 8 mois ;
2. 3 200 € au taux annuel de 3,75 % pendant 10 mois ;
3. 4 500 € au taux annuel de 4,6 % pendant 80 jours.

Calcul de l'intérêt total :

Placement 1

$$I_1 = 1500 \times 0,04 \times \frac{8}{12}$$

$$I_1 = 40 \text{ €}$$

placement 2

$$I_2 = 3200 \times 0,0375 \times \frac{10}{12}$$

$$I_2 = 100 \text{ €}$$

placement 3

$$I_3 = 4500 \times 0,046 \times \frac{80}{360}$$

$$I_3 = 46 \text{ €}$$

L'intérêt total est de : 186 €

Calcul du taux moyen :

$$186 = 1500 \times t \times \frac{8}{12} + 3200 \times t \times \frac{10}{12} + 4500 \times t \times \frac{80}{360}$$

$$186 = t \left(1500 \times \frac{8}{12} + 3200 \times \frac{10}{12} + 4500 \times \frac{80}{360} \right)$$

$$186 = t \times \frac{14000}{3} \quad \frac{186 \times 3}{14000} = t \quad 0,039857 = t$$

Le taux moyen annuel est de 3,99 ‰

21. **Un effet de valeur nominale 1 560 €, échéant le 30 juillet est escompté le 20 juin aux conditions suivantes :

- taux d'escompte : 7,4 %
- taux d'endos : 0,6 %
- taux de TVA : 19,6 %
- commissions fixes : 6,85 €

1. Calculer l'escompte et la commission d'endos.
2. Calculer l'agio et la valeur nette de l'effet.
3. Calculer le taux réel d'escompte (à 0,01 % près).

Calcul de la durée :

Juin : 30-10=20 jours

Juillet : 30 jours

Total : 50 jours

Calcul de l'agio :

Escompte :

$$e = 1560 \times 0,08 \times \frac{50}{360} \cong 17,33 \text{ €}$$

Commissions fixes = $6,85 \times 1,20 = 8,22 \text{ €}$ (Taux de TVA actualisé à 20 %)

$$\text{Agio} = 17,33 + 8,22 = 25,55 \text{ €}$$

Taux réel de l'escompte :

$$\text{Agio} = VTn$$

$$25,55 = 1560 \times T \times \frac{50}{360} \quad \frac{25,55 \times 360}{1560 \times 50} = T \quad \boxed{0,1179 = T} \text{ ou } 11,79 \text{ \% l'an.}$$

Remarque, on actualisera les taux de TVA à 19,6 % en les remplaçant par des taux de 20 %

Intérêts simples 1, intérêt, escompte, taux moyen, agios

41. **Un effet de 1 500 € dont l'échéance est le 15 février est escompté le 4 janvier. Les conditions de la banque sont les suivantes :

- taux d'escompte : 8,75 %
- taux d'endos : 0,55 %
- commissions fixes : 17,55 €
- taux de TVA : 19,6 %
- 1 jour de banque supplémentaire.

Calculer la valeur nette de l'effet.

Calcul de la durée :

janvier : 30-4=26 jours

février : 15 jours

Total : 41 jours

1 jour de banque compté pour l'agio mais en enlevé pour le taux réel.

Calcul de l'agio :

Escompte :

$$e = 1500 \times 0,093 \times \frac{42}{360} = 16,275 \text{ €}$$

Commissions fixes = $17,55 \times 1,20 = 21,06 \text{ €}$ (Taux de TVA actualisé à 20 %)

$$\text{Agio} = 16,275 + 21,06 = 37,335 \text{ €}$$

$$\text{Valeur nette} = 1500 - 37,335 = 1462,67 \text{ €}$$

Taux réel de l'escompte :

$$\text{Agio} = VTn$$

$$37,335 = 1500 \times T \times \frac{41}{360} \quad \frac{37,335 \times 360}{1500 \times 41} = T \quad \boxed{0,21855 = T} \text{ ou } 21,86 \text{ \% l'an.}$$

Remarque, on actualisera les taux de TVA à 19,6 % en les remplaçant par des taux de 20 %

Intérêts simples 1, intérêt, escompte, taux moyen, agios