

## Fonction logarithme décimal, exercices

### fonctions

Variations de la fonction logarithme décimal

Fonction logarithme décimal  $x \mapsto \log(x)$ .

### Suites géométriques

expression du terme de rang  $n$  en fonction du premier terme et de la raison.

sens de variation.



### Equations

Propriétés opératoires des fonctions exponentielles étudiées.

Résolution d'équations du type  $q^x = a$  et  $\log(x) = a$  ou d'inéquations du type  $q^x \geq a$  (ou  $q^x \leq a$ ) et  $\log(x) \geq a$  (ou  $\log(x) \leq a$ ).

## Fonction logarithme décimal

### Exercice 1 :

Sans calculatrice, donnez les valeurs décimales des nombres suivants :

$$\log(10^4) = \dots \quad \log(10^{-1}) = \dots \quad \log(10^{7,7}) = \dots$$

$$\log(10^{-0,4}) = \dots \quad \log(10) = \dots \quad \log(1) = \dots$$

$$\log(0,01) = \dots \quad \log(10\,000) = \dots \quad 10^{\log(7)} = \dots$$

$$10^{\log(3,5)} = \dots \quad 10^{-\log(0,5)} = \dots$$

### Exercice 2 :

Sans calculatrice, identifiez le calcul correspondant en justifiant

$$\log(70) =$$

$7 \times \log(10)$

$70 \times \log(1)$

$10 \times \log(7)$

$1 + \log(7)$

$$\log(9) =$$

$3 \times \log(3)$

$2 \times \log(3)$

$3 \times \log(2)$

$9 \times \log(1)$

$$\log(3) - \log(6) =$$

$\log(18)$

$\log(0,5)$

$\log(2)$

$-\log(3)$

$$\log\left(\frac{1}{4}\right) =$$

0,25

$-2 \times \log(2)$

-4

$-\log(4)$

$$4 \times \log(3) =$$

$\log(12)$

$\log\left(\frac{3}{4}\right)$

$\log(1)$

$\log(81)$

### Exercice 3 :

Soit  $x$  et  $y$  deux nombres réels positifs. Ecrivez les expressions suivantes en fonction de  $\log(x)$  et  $\log(y)$ .

$$\log(x^{4,4}) = \dots\dots\dots$$

$$\log(x^{-0,2}) = \dots\dots\dots$$

$$\log(x^2 y^3) = \dots\dots\dots$$

$$\log\left(\frac{x}{y^6}\right) = \dots\dots\dots$$

Equations  $q^x = a$  (avec  $a > 0$ )Exercice 4 :

Résolvez par le calcul les équations suivantes. Vous donnerez le résultat exact ainsi qu'une valeur arrondie au centième si nécessaire.

$$4^x = 1\,024$$

.....

.....

.....

$$10 - 4 \times 1,05^x = 0$$

.....

.....

.....

Exercice 5 :

Résolvez par le calcul les équations suivantes. Vous donnerez le résultat exact ainsi qu'une valeur arrondie au centième si nécessaire.

$$\log(x) = 3,04$$

.....

.....

.....

$$\log(x^2) = 6$$

.....

.....

.....

Problèmes, suites géométriques et logarithme décimal
--

**Exercice 6 :** Barnabé est un jeune agriculteur souhaitant se lancer dans l'élevage de lapins. Il commence avec 10 lapins (5 couples). Il sait que le nombre de lapins peut être multiplié par 10 chaque année. Il souhaite connaître l'évolution du nombre de ses lapins sachant qu'il ne pourra pas dépasser un élevage de 3 000 lapins.



Lapin, auteur inconnu

Source :

<https://pxhere.com/fr/photo/1152642>

On note  $U_n$  le nombre de lapins présents dans l'élevage.

1) Compléter le tableau suivant : *(s'approprier)*

Année (rang $n$ )	1	2	3	4	5
Nombre de lapins ( $U_n$ )	10	$10^2$			

2) Indiquer la nature, le premier terme et la raison de cette suite numérique : *(s'approprier)*

.....

3) Exprimer  $U_n$  en fonction de  $n$ . *(s'approprier)*

.....

4) Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0 ; 3]$  par  $f(x) = 10^x$ . Complétez le tableau de valeurs ci-dessous : *(réaliser)*

$x$	1	2	3
$f(x)$			

5) Donner en justifiant le sens de variations de  $f$  : *(réaliser)*

.....

6) Résoudre l'équation  $f(x) = 3000$  *(réaliser)*

.....

.....

7) Préciser le nombre d'années au bout duquel l'élevage aura dépassé 3000 lapins. *(communiquer)*

.....

.....

Exercice 7 :

En stage dans une société de développement et vente de produits de beauté en ligne, Eunice étudie les livrets de stocks et constate que 50 000 unités d'un modèle ont été vendues durant l'année de sortie, et qu'ensuite les ventes ont diminué de moitié chaque année. Pour son rapport de stage, elle doit calculer le nombre d'unités vendues chaque année sur les cinq dernières années pour prévoir l'année d'arrêt de la commercialisation du produit.



cosmétiques, auteur inconnu

Source :

<https://pxhere.com/fr/photo/706297>

- 1) Compléter le tableau des ventes mensuelles suivant :  
(s'approprier)

Année (rang $n$ )	1	2	3	4	5
Ventes ( $U_n$ )	50 000				

- 2) Montrer qu'il s'agit d'une suite géométrique de raison  $q = 0,5$  (s'approprier)

- 3) Exprimer  $U_n$  en fonction de  $n$ . (s'approprier)

- 4) Résoudre l'équation  $50000 \times 0,5^{n-1} = 400$

La commercialisation du produit n'est plus rentable dès que la vente annuelle est de 400 unités.

- 5) Déterminez l'année de l'arrêt de la commercialisation.

Exercice 8 :

Dans une banque, un capital de 100 000 € est placé sur un compte rémunéré à 3 % l'an.

- 1) Calculer les valeurs acquises  $A_1, A_2, A_3$  et  $A_4$  respectivement au bout de 1 an, 2 ans, 3 ans et 4 ans de placement. : *(s'approprier)*



euros, auteur Geralt

Source :

<https://pixabay.com/illustrations/euro-stack-money-coins-currency-96291/>

- 2) On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 100\,000 \times (1,03)^x$ . Vérifier que

$$A_1 = f(1), A_2 = f(2), A_3 = f(3), A_4 = f(4), \quad (s'approprier)$$

$$f(1) = \dots\dots\dots$$

$$f(3) = \dots\dots\dots$$

$$f(2) = \dots\dots\dots$$

$$f(4) = \dots\dots\dots$$

- 3) Résoudre l'équation  $100\,000 \times (1,003)^x = 150\,000$

- 4) En déduire le nombre d'années de placement nécessaire pour obtenir une valeur acquise de plus de 150 000 €.