Fonction logarithme décimal, cours

fonctions

Variations de la fonction logarithme décimal

Fonction logarithme décimal $x \mapsto log(x)$.

Suites géométriques

expression du terme de rang n en fonction du premier terme et de la raison.

sens de variation.

Equations

Propriétés opératoires des fonctions exponentielles étudiées.

Résolution d'équations du type $q^x = a$ et $log(x) = a$ ou d'inéquations du type $q^x \geqslant a$ (ou $q^x \leqslant a$) et $log(x) \geqslant a$ (ou $log(x) \leqslant a$).

loi de Benford

Vérification de la loi de Benford à l'aide d'articles de journaux.

Franck Benford (1883-1948)

Source : https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Frank_Benford_(1883_-_1948).jpg

Partie 1 Lieu, CDI :

Chacun prend un journal, 10 pages et sélectionne uniquement dans les articles les nombres. (On ne prend pas en compte les numéros de pages, la date du journal et les numéros de téléphones)

Dès que vous voyez un nombre, comptez le premier chiffre différent de 0.

Exemple, dans 123, comptez « 1 »,

dans, 0,635, comptez « 6 ».

1) Reportez l'apparition de ces chiffres dans le tableau ci-dessous :

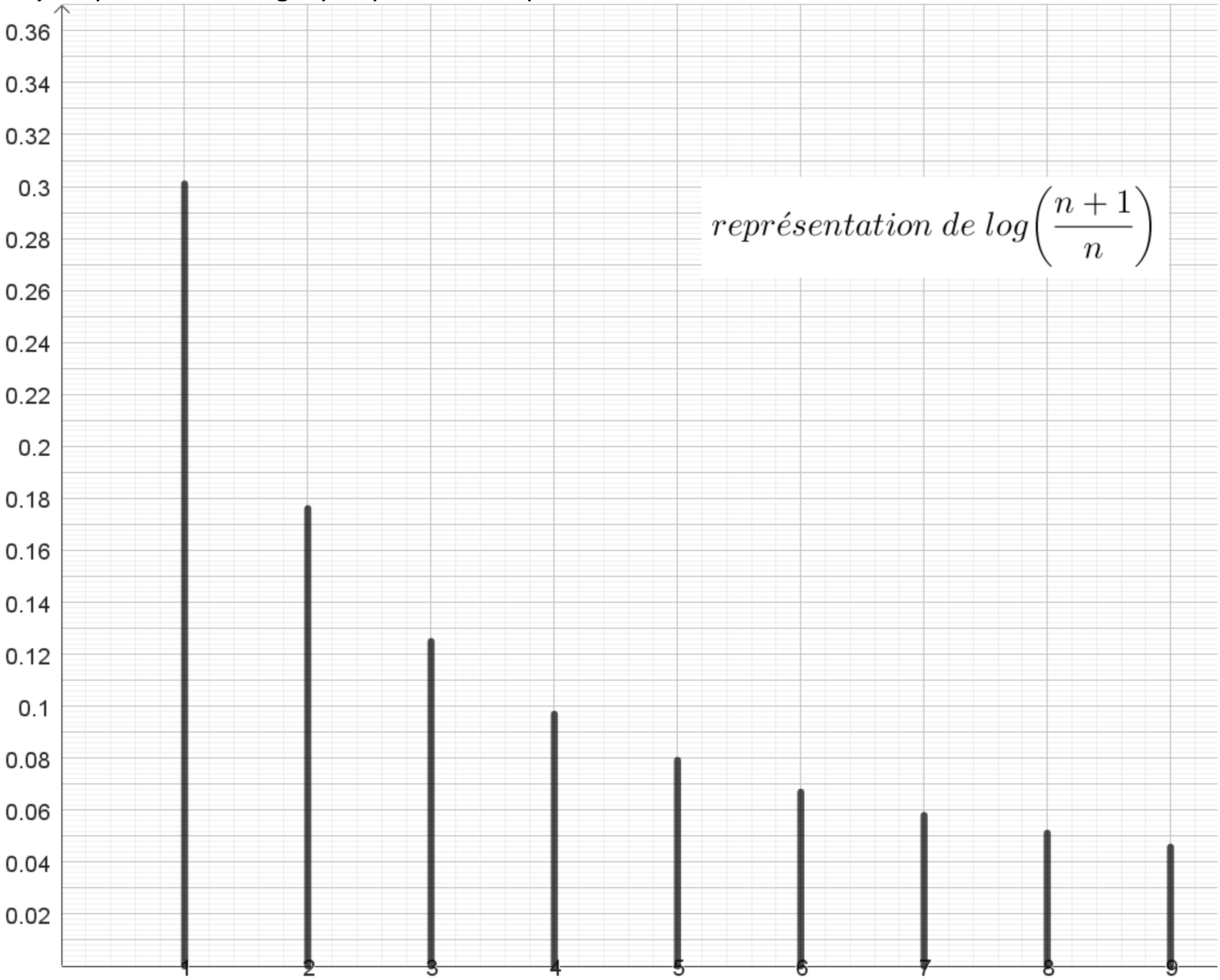
1	2	3	4	5	6	7	8	9

2) Mise en commun des résultats et comparaison

chiffre	effectif	fréquence (%)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
total		1

chiffre	log(n+1)-log(n)
1	0,30
2	0,18
3	0,12
4	0,10
5	0,08
6	0,07
7	0,06
8	0,05
9	0,05
total	1

3) Représentation graphique des fréquences des résultats :



Fonction logarithme décimal, cours

4) Analyse du phénomène :

On observe qu'une distribution de nombre prise au hasard suit la loi de Benford.

Cette loi s'explique si on considère le rapport entre deux nombre plutôt que la différence entre ces nombres.

Loi de Benford : $\boxed{p(n) = \log\left(\frac{n+1}{n}\right) = \log(n+1) - \log(n)}$

<u>Remarques :</u>

Certaines distributions ne suivent pas cette loi, numéros de téléphone, tailles des personnes.

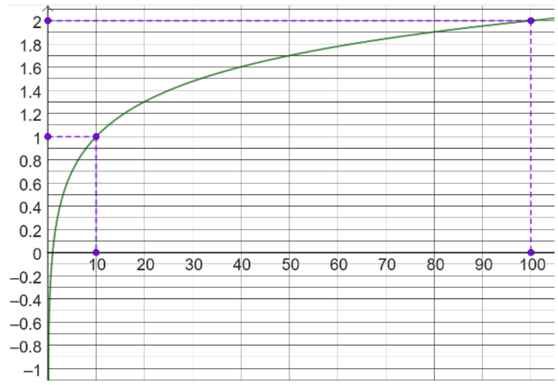
On peut utiliser cette loi pour déceler des fraudes fiscales.

Pour en savoir plus, [loi de benford]() sur le site d'arte.tv.

Fonction logarithme décimal

Nous venons de voir que dans la loi de Benford, la fonction logarithme permet de convertir un rapport en une différence.

*C'est tout l'intérêt de cette fonction, parmi ses propriétés, on s'intéressera plus particulièrement au fait de **transformer une puissance en multiplication et une multiplication en addition**.*



La fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par

$f(x) = log(x)$ est la fonction logarithme décimal notée log.

La fonction log est croissante sur $]0;+\infty[$.

<u>Propriétés et valeurs particulières :</u>

Pour tous réels $a > 0$ et $b > 0$:

$log(a \times b) = log(a) + log(b)$

$log\left(\frac{a}{b}\right) = log(a) - log(b)$

Pour tous réels $q > 0$ et x :

$log(q^x) = x \times log(q)$

$log(10^x) = x$

ainsi, $log(10^0) = log(1) = 0$

et, $log(10^1) = log(10) = 1$

Pour tout réel x>0,

$10^{\log(x)} = x$

Exemple 1 :

$log(2) + log(5) =$..............$= log(\ldots\ldots..\times\ldots\ldots\ldots)$

$log(4200) - log(21) =$..............$= log\left(\frac{\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots}\right)$

$log(10^9) =$......................

Equations avec logarithme décimal ou exponentielle de base q

Résoudre une équation du type $q^x = a$.$q > 0$ et $q \neq 1$.

Exemple 2 :

résoudre $2^x = 5$:

On applique le log à chaque membre :	$log(2^x) = log(5)$
On applique $log(q^x) = x \times log(q)$ (transformation de puissance en multiplication).	$x \times log(2) = log(5)$
On divise par $log(q)$.	$x = \frac{log(5)}{log(2)}$
On utilise la calculatrice pour obtenir Une valeur décimale puis arrondir.	$x \cong 2{,}32$

Exemple 3 :

résoudre $\log(x) = -1{,}6$:

On applique l'exponentielle de base 10 à chaque membre :	$10^{\log(x)} = 10^{-1{,}6}$
On applique $10^{\log(x)} = x$	$x = 10^{-1{,}6}$
On utilise la calculatrice pour obtenir Une valeur décimale puis arrondir.	$x \cong 0{,}025$