

Suites géométriques, exercices

Equations :

Résolution d'équations du type $q^x = a$ et $\log(x) = a$ ou d'inéquations du type $q^x \geq a$ (ou $q^x \leq a$) et $\log(x) \geq a$ (ou $\log(x) \leq a$).

suites numériques (géométriques)

définies par la relation $V_{n+1} = V_n \times q$ et la donnée du premier terme ; V_1

expression du terme de rang n en fonction du premier terme et de la raison sens de variation.

Somme des n premiers termes d'une suite géométrique.

Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement

Générer à l'aide d'un outil numérique, les termes de différentes suites

fonctions

Fonctions exponentielles de base q , définies sur un intervalle donné par $x \mapsto q^x$ (avec q nombre réel strictement positif et différent de 1).

Fonction logarithme décimal $x \mapsto \log(x)$.

Calculer les termes et la somme d'une suite géométrique

Exercice 1 :

Soit la suite géométrique (U_n) définie par : $U_1 = 5$ et $q = 10$. Calculer :

$$U_2 = \dots = \dots$$

$$U_4 = \dots = \dots$$

$$U_3 = \dots = \dots$$

$$S_4 = \dots = \dots$$

[Fichier Excel ici](#)

Exercice 2 :

Soit la suite géométrique (V_n) définie par : $V_1 = 20$ et $q = 2$. Calculer :

$$V_2 = \dots = \dots$$

$$V_4 = \dots = \dots$$

$$V_3 = \dots = \dots$$

$$S_4 = \dots = \dots$$

[Fichier Excel ici](#)

Code Capytale : 4a68-1381192

Calculer un terme de rang donné et la somme d'une suite géométrique

Code Capytale : **7e46-1381433**

Exercice 3 : Soit la suite géométrique (U_n) définie par : $U_1 = 0,125$ et $q = 2$

1) Donner en justifiant le sens de variation de la suite :

.....

2) Exprimer U_n en fonction de n à l'aide de la formule : $U_n = U_1 q^{(n-1)}$

$$U_n = \dots\dots\dots$$

3) Calculer les 10^{ième} et 15^{ième} termes de cette suite :

$$U_{10} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$U_{15} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

4) Exprimer S_n , somme des n premiers termes en fonction de n à l'aide de la

formule : $S_n = U_1 \frac{1-q^n}{1-q}$

.....

5) Calculer la somme des 10 et 15 premiers termes de cette suite :

$$S_{10} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$S_{15} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

[Fichier Excel ici](#)

Exercice 4 :

Soit la suite géométrique (U_n) définie par : $U_1 = 16384$ et $q = 0,5$

1) Donner en justifiant le sens de variation de la suite :

.....

2) Exprimer U_n en fonction de n à l'aide de la formule : $U_n = U_1 q^{(n-1)}$

$$U_n = \dots\dots\dots$$

3) Calculer les 8^{ième} et 12^{ième} termes de cette suite :

$$U_8 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$U_{12} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

4) Exprimer S_n , somme des n premiers termes en fonction de n à l'aide de la formule :

$$S_n = U_1 \frac{1-q^n}{1-q}$$

.....

5) Calculer la somme des 8 et 12 premiers termes de cette suite :

$$S_8 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$S_{12} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

[Fichier Excel ici](#)

Reconnaître une suite géométrique :

Pour reconnaître une suite géométrique : on calcule

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = q$$

Exercice 5 : Vous regarderez si la suite est géométrique. Si c'est le cas, vous préciserez la raison.

Soit la suite (U_n) définie par : $U_1 = 3$; $U_2 = 9$; $U_3 = 27$; $U_4 = 81$; $U_5 = 243$

Pour vérifier sa nature (si elle est géométrique ou non), on calcule :

$$\frac{U_2}{U_1} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\frac{U_4}{U_3} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\frac{U_3}{U_2} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\frac{U_5}{U_4} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

Le quotient entre deux termes consécutifs est :

La suite est donc :

[Fichier excel ici](#)

Exercices non triés

Exercice 6 : Utilisation d'un tableur Excel

Avec une feuille de calcul d'un tableur on va générer puis représenter la suite (b_n) définie par $b_n = 10 \times 1,2^n$.

- 1) **Saisir** dans la colonne A les valeurs 0 et 1 de n puis **incrémenter** jusqu'à la ligne 30.
- 2) **Saisir** dans la cellule B1 la formule `= 10 * 1,2^A1` et **l'étirer** jusqu'à la cellule B30.
- 3) **Arrondir** les valeurs de la colonne B au centième.
- 4) **Sélectionner** les données et **réaliser** la représentation graphique par un nuage de points sans marqueur.
- 5) **Conclure** sur la nature de la suite

.....

6) **Donner** son premier terme, sa raison et son sens de variation.

.....

.....

[Fichier excel ici](#)

Exercice 7 :

Code Capytale : **02da-1381474**

La production d'une entreprise augmente de 2 % tous les ans.

L'année en cours, la production totale est de 13800 unités.

 Problématique : On cherche à déterminer la production totale sur les 7 années :

- 1) Déterminer le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 2 %
-

- 2) Proposer une méthode pour répondre à la problématique :
-
-
-
-

- 3) Compléter : Soit la suite géométrique (U_n) définie par :

$$U_1 = \dots\dots\dots \quad \text{et} \quad q = \dots\dots\dots$$

4) Exprimer U_n en fonction de n :

$$U_n = \dots\dots\dots$$

5) Calculer le 7^{ième} terme de cette suite :

$$U_7 = \dots\dots\dots = \dots\dots$$

6) Exprimer S_n , somme des n premiers termes en fonction de n à l'aide de la

formule :
$$S_n = U_1 \frac{1-q^n}{1-q}$$

.....

7) Calculer la somme des 7 premiers termes de la suite :

$$S_7 = \dots \frac{\dots}{\dots} = \dots\dots$$

8) Répondre à la problématique :

.....

[Fichier Excel ici](#)

Exercice 8 :

Code Capytale : **5a59-1381530**

Céline décide d'installer une pompe à chaleur géothermique pour chauffer sa maison. Pour la payer, elle contracte un crédit avec paiement d'un acompte à la commande puis remboursement en 10 mensualités. Le montant des trois premiers remboursements est indiqué ci-contre.

acompte	1 ^{ière} mensualité	2 ^{ième} mensualité
3000	2400	1920

1) Montrer que les montants des remboursements peuvent être modélisés par une suite géométrique dont vous préciserez le premier terme et la raison.

.....

2) Donner le pourcentage de diminution des mensualités :

.....

3) Compléter : Soit la suite géométrique (U_n) définie par :

$$U_1 = \dots\dots\dots \text{ et } q = \dots\dots\dots$$

4) Exprimer U_n en fonction de n :

$$U_n = \dots\dots\dots$$

5) Calculer le 11^{ième} terme de cette suite :

$$U_{11} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

6) Le remboursement se fait sur 10 mois. En déduire le montant de la 10^{ième} mensualité.

.....

7) Exprimer S_n , somme des n premiers termes en fonction de n à l'aide de la

formule :
$$S_n = U_1 \frac{1-q^n}{1-q}$$

.....

8) Calculer la somme des 11 premiers termes de la suite :

$$S_{11} = \dots \frac{\dots}{\dots} = \dots\dots$$

9) En déduire le montant total des paiements effectués par Céline :

.....

10) Le montant initial de l'achat et de l'installation de la pompe à chaleur est de 13 490 €. En déduire le coût du crédit.

.....

[Fichier excel ici](#)

Exercice 9

Le parlement et le conseil européens sont tombés d'accord pour bannir huit familles de produits jetables au plus tard en 2021, dont les pailles en plastique.

Emmanuelle a décidé de produire des pailles réutilisables en bambou. La première année, elle a vendu 20 000 pailles et espère augmenter ses ventes de 15 % par an. Son comptable souhaite réaliser des prévisions sur 12 ans.

1) Déterminer le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 15 %

2) Calculer le nombre de ventes attendues les deux années suivantes :

Soit p_1 , p_2 et p_3 les termes d'une suite numérique tels que $p_1 = 20\,000$; $p_2 = 23\,000$ et $p_3 = 26\,450$.

3) En déduire la nature de la suite dont vous préciserez le premier terme et la raison.

4) Donner en justifiant le sens de variation de la suite :

5) Exprimer p_n en fonction de n :

$$p_n = \dots\dots\dots$$

6) Calculer le 12^{ième} terme de cette suite :

$$p_{12} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

7) La prévision se fait sur 12 mois. En déduire les ventes de la 12^{ième} année.

[Fichier Excel ici](#)

Comparer deux suites

Exercice 10 :

Lila se présente à un entretien d'embauche pour un emploi à plein temps, en CDI, au salon de coiffure « Nouvel Hair ». Le contrat débutera le 1^{er} janvier de la prochaine année.

Le directeur lui fait deux propositions :

Proposition 1 : au 1^{er} janvier de l'année d'embauche, le montant du salaire annuel net est de 14 800 €. Elle obtiendra ensuite une augmentation de salaire annuel de 150 € au 1^{er} janvier de chacune des années suivantes ;

Proposition 2 : au 1^{er} janvier de l'année d'embauche, le montant du salaire annuel net est de 14 600 €. Elle obtiendra ensuite une augmentation de salaire annuel de 1,2 % au 1^{er} janvier de chacune des années suivantes.



Problématique : On cherche à déterminer laquelle des deux propositions Lila doit choisir si elle souhaite rester 10 ans dans l'entreprise.

1) Proposer une méthode pour répondre à la problématique :

.....

.....

.....

.....

Etude de la proposition 1 :

2) Déterminer la nature de la suite correspondant à la proposition 1, son premier terme et sa raison

.....

.....

3) Compléter : Soit la suite arithmétique (U_n) définie par :

$$U_1 = \dots\dots\dots \text{ et } r = \dots\dots\dots$$

4) Exprimer U_n en fonction de n :

$$U_n = \dots\dots\dots$$

5) Calculer le 10^{ième} terme de cette suite :

$$U_{10} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

6) Exprimer S_n , somme des n premiers termes en fonction de n à l'aide de la formule :

$$S_n = n \frac{U_1 + U_n}{2}$$

7) Calculer la somme des 10 premiers termes de la suite :

$$S_{10} = \dots \frac{\quad}{\square} = \dots \dots$$

8) En déduire la somme cumulée par Lila sur 10 ans avec la proposition 1 :

Etude de la proposition 2 :

9) Déterminer le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 1,2 %

10) Déterminer la nature de la suite correspondant à la proposition 2, son premier terme et sa raison

11) Compléter : Soit la suite géométrique (V_n) définie par :

$$V_1 = \dots \dots \dots \quad \text{et} \quad q = \dots \dots \dots$$

12) Exprimer S_n , somme des n premiers termes en fonction de n à l'aide de la

formule :
$$S_n = V_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

13) Calculer la somme des 10 premiers termes de la suite :

$$S_{10} = \dots \frac{\quad}{\square} = \dots \dots$$

14) En déduire la somme cumulée par Lila sur 10 ans avec la proposition 2 :

15) Répondre à la problématique :

[Fichier excel ici](#)

Exercice 11 : Python

Soit la suite géométrique (U_n) définie par :

[1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024]

1) Déterminez le programme correspondant :

```
Un=[]
n=0
U=1
while n<=10:
    Un.append(U)
    U=U*2
    n=n+2
print (Un)
```

```
Un=[]
n=1
U=0
while n<=10:
    Un.append(U)
    U=U*2
    n=n+1
print (Un)
```

```
Un=[]
n=0
U=1
while n<=10:
    Un.append(U)
    U=U*2
    n=n+1
print (Un)
```

2) Compléter : Soit la suite arithmétique (U_n) définie par :

$$U_1 = \dots\dots\dots \text{ et } q = \dots\dots\dots$$

3) Exprimer U_n en fonction de n :

$$U_n = \dots\dots\dots$$

Exercice 12 : Python

Soit la suite géométrique (U_n) définie par :

[1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024]

Déterminez le programme correspondant :

```
Un=[]
n=0
while n<=10:
    Un.append(2**n)
    n=n+1
print (Un)
```

```
Un=[]
n=0
while n<=10:
    Un.append(2**n)
    n=n+2
print (Un)
```

```
Un=[]
n=1
while n<=10:
    Un.append(2**n)
    n=n+1
print (Un)
```

1) Compléter : Soit la suite arithmétique (U_n) définie par :

$$U_1 = \dots\dots\dots \text{ et } q = \dots\dots\dots$$

2) Exprimer U_n en fonction de n :

$$U_n = \dots\dots\dots$$

Exercice 13 : Python

On donne le programme suivant :

1) Déterminez la bonne exécution de ce programme :

```
Un=[]
n=1
while n<=5:
    Un.append(3**n)
    n=n+1
print (Un)
```

[3, 9, 27, 81, 243]

[3]
[3, 9]
[3, 9, 27]
[3, 9, 27, 81]
[3, 9, 27, 81, 243]

[1, 3, 9, 27, 81, 243]

2) Compléter : Soit la suite géométrique (U_n) définie par :

$U_1 = \dots\dots\dots$ et $q = \dots\dots\dots$

3) Exprimer U_n en fonction de n :

$U_n = \dots\dots\dots$

Exercice 14 : Python

On donne le programme suivant :

1) Déterminez la bonne exécution de ce programme :

```
Un=[]
n=1
U=2
while n<=5:
    Un.append(U)
    U=U*3
    n=n+1
print (Un)
```

[2]
[2, 6]
[2, 6, 18]
[2, 6, 18, 54]
[2, 6, 18, 54, 162]

[3, 6, 12, 24, 48]

[2, 6, 18, 54, 162]

2) Compléter : Soit la suite géométrique (U_n) définie par :

$U_1 = \dots\dots\dots$ et $q = \dots\dots\dots$

3) Exprimer U_n en fonction de n :

$U_n = \dots\dots\dots$

Exercice 15 : Versements mensuels

Vous recevez 250 € le premier mois

Est-il plus intéressant de recevoir 8 € de plus chaque mois ou de recevoir 2% de plus chaque mois sur 3 ans ? Quelle est la somme totale ?

Pour répondre à ces deux questions, modélisons cette situation par deux suites

1 ^{ere} situation augmentation de 250€	
$u_1 =$	250
$u_2 =$	258
$u_3 =$	266
$u_4 =$	274

2 ^{ieme} situation augmentation de 2%	
$v_1 =$	250
$v_2 =$	255
$v_3 =$	260,1
$v_4 =$	265,3

1) Déterminer la nature de la suite u en justifiant et donner sa raison

Déterminer la nature de la suite u en justifiant et donner sa raison

exprimer U_n en fonction de n

exprimer V_n en fonction de n

Dans les deux cas, calculer la somme pour 3 ans c'est-à-dire 36 mois

Pour 3 ans quelle est la situation la plus intéressante ?

Suites arithmétiques	Suites géométriques
$U_{n+1} = U_n + r$ avec r raison de la suite	$U_{n+1} = U_n \times q$ avec q raison de la suite
U_n en fonction de n : $U_n = U_1 + (n-1)r$	U_n en fonction de n : $U_n = U_1 \times q^{n-1}$
Somme des n premiers termes	Somme des n premiers termes
$S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n = n \frac{U_1 + U_n}{2}$	$S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n = U_1 \frac{1-q^n}{1-q}$

Exercice 16 : location ou achat d'un appartement ? (défi)

Situation Faty et Jacques, deux jeunes parents, cherchent à déménager pour avoir plus d'espace et se rapprocher du centre-ville. Une agence immobilière leur propose un logement dont le loyer mensuel est de 720 € avec une augmentation prévisionnelle, liée à l'indice ICC, estimée à 3 % par an. L'agence les informe que la propriétaire serait également disposée à leur vendre le bien pour 190 000 € (frais d'agence inclus). Envisageant de rester une vingtaine d'années dans cet appartement, le couple se demande s'il ne serait pas préférable d'acheter plutôt que de louer.

Problématique Jacques et Faty souhaitent connaître le montant total des loyers qu'ils auront à verser en 20 ans de location. Quelle solution est plus intéressante ?

L'indice du coût de la construction (ICC) mesure à chaque trimestre l'évolution des prix des bâtiments neufs à usage principal d'habitation : il s'attache exclusivement aux travaux de construction. L'ICC exclut les prix et coûts liés au terrain (viabilisation, fondations spéciales...), ainsi que les honoraires et les frais financiers. Il ne couvre pas non plus les opérations d'entretien-amélioration.

A. Détermination des loyers sur 20 ans

1) Calculer le loyer annuel de la première année (noté U_1)

.....
.....

2) Le loyer augmente de 3% par an. Calculer le loyer annuel de la deuxième et de la troisième année.

.....
.....
.....
.....

3) Quelle est la nature de la suite formée par U_1 ; U_2 et U_3 . Préciser sa raison

.....
.....

4) Exprimer U_n en fonction de n

.....

5) Calculer alors le loyer annuel de la vingtième année U_{20}

.....

B. Montant total des loyers versés sur 20 ans

6) On cherche cette fois à déterminer le montant total des loyers annuels sur 20 ans à l'aide d'une formule mathématique.

$$S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n = U_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

Déterminer la somme des 20 premiers termes.

.....

7) Sachant que 12 loyers identiques sont versés tous les ans, en déduire le montant total des loyers versés sur 20 ans :

.....

8) Quelle solution paraît la plus intéressante ?

.....

C. Calculer les mensualités d'un emprunt indivis

Situation Faty et Jacques se décident à acheter l'appartement à 190 000€ (frais d'agence inclus)

Ayant un apport de 40 000€ ils se renseignent auprès des banques pour connaître les mensualités qu'ils devront payer s'ils empruntent 150 000€ sur 20 ans au taux annuel de 1,8%

Problématique identifier le coût du crédit

Travail à réaliser

9) Calculer le nombre de mensualités sur 20 ans

.....
.....

10) Calculer le taux mensuel appliqué ($t_{mensuel} = \frac{t_{annuel}}{12}$)

.....
.....

11) Calculer le montant d'une mensualité en appliquant la formule $a = \frac{V_0 \times t}{1 - (1+t)^{-n}}$
avec V_0 capital emprunté, t taux, n nombre de mensualités

.....
.....
.....

12) Déterminer le montant total des versements :

.....
.....
.....

13) En déduire le coût du crédit

.....
.....
.....

14) A l'aide des éléments précédents, rédigez une conclusion sur le choix que
Faty et Jacques devraient effectuer.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....