

problèmes

suites numériques (arithmétiques)

Calculer un terme de rang donné d'une suite arithmétique définie par son premier terme et par une relation de récurrence ou par l'expression du terme de rang n

Reconnaître les premiers termes d'une suite arithmétique

Étudier le sens de variation d'une suite donnée par $U_n = f(n)$ dans des cas simples

Déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique à l'aide de sa raison.

Réaliser et exploiter une représentation graphique du nuage de points $(n; U_n)$ dans le cas où (U_n) est une suite arithmétique

Calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique avec ou sans outils numériques.



Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement

Générer à l'aide d'un outil numérique, les termes de différentes suites

fonctions

notation $f(x)$ (automatisme 2 BAC)

Identifier la variable x (automatisme 2 BAC)

Passage du tableau au graphique (automatisme 2 BAC)

Passage du graphique au tableau (automatisme 2 BAC)

Passage du langage algébrique au tableau (automatisme 2 BAC)

Reconnaître algébriquement une fonction affine (automatisme 2 BAC)

Reconnaître graphiquement une fonction affine (automatisme 2 BAC)

Passer de la représentation graphique d'une fonction affine à son expression algébrique (automatisme 2 BAC)

Passer de l'expression algébrique d'une fonction affine à son expression algébrique (automatisme 2 BAC)

Problème 1 : déterminer un terme d'une suite arithmétique

Comment évolue la production ?

Situation :

Cette année l'usine Batiplus a produit 273 000 sacs de ciment.

Ces dernières années, la production a augmenté régulièrement de 15 000 sacs par an.

Elle a une capacité de production maximale annuelle de 450 000 sacs

 Problématique :

Le responsable de production veut savoir si l'usine pourra supporter longtemps cette augmentation de production.

Compétence analyser-raisonner :

1) Proposez une méthode pour répondre à la problématique :

.....

.....

.....

.....

Première partie : Modélisation de l'évolution de la production

On note U_1 la production de l'année en cours.

2) Calculer la production U_2 de la deuxième année

.....

Le nombre de sacs de ciment produit chaque année par l'entreprise constitue une suite arithmétique

3) Indiquer le premier terme et la raison de la suite.

$U_1 =$ et $r =$

4) Calculer la production prévue dans 4^{ième} année et complétez le tableau ci-contre :

$U_4 = \dots\dots\dots$

5) Choisir la formule permettant le calcul de U_4 .

- $U_4 = U_1 + 4r$
- $U_4 = U_1 + 3r$
- $U_4 = 4U_1 + r$

Les termes d'une **suite arithmétique** peuvent être calculés à partir du **premier terme** U_1 et de la **raison** r grâce à la relation :

$$U_n = U_1 + (n - 1)r.$$

6) Écrire la relation entre U_n et n .

Deuxième partie : Prévission de production

7) Calculer le 8e terme de cette suite.

$U_8 = \dots\dots\dots$

8) En déduire la production prévue la 8^{ième} année

Copier et ouvrir le fichier « [batiplus](#) »

9) Faire apparaître les 10 premiers termes de la suite (U_n) .

10) À l'aide de l'assistant graphique, réaliser la représentation graphique de la suite (U_n) . sous forme d'un nuage de points $(n ; U_n)$

L'entreprise Batiplus a une capacité de production maximale annuelle de 450 000 sacs.

11) En supposant que la production continue d'augmenter de 15 000 unités par an, déterminer l'année où la production atteindra 450 000 sacs de ciment.

12) Retrouver ce résultat par le calcul

13) Répondre à la problématique :

.....

.....

.....

.....

[Fichier Excel corrigé ici](#)

Une suite arithmétique (U_n) est définie par le premier terme U_1 et la raison r

Un terme de rang n d'une suite arithmétique se calcule à partir du premier terme et de la raison.

$$U_n = U_1 + (n - 1)r$$

Problème 2 : reconnaître une suite arithmétique

Quel sera le nombre de forages à effectuer ?

Situation et problématique

Les dirigeants de l'entreprise FORA-GEO souhaitent connaître le nombre de forages à effectuer pour les années à venir.

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de forages par an des cinq dernières années



Rang de l'année	1	2	3	4	5
Nombre de forages	23	32	41	50	59

Travail à réaliser

1) Soit la suite de nombres : (23 ; 32 ; 41 ; 50 ; 59).

Comment passe-t-on d'un nombre au suivant ?

.....

2) On appelle $U_1 = 23$, le premier terme de la suite de nombres, U_2 le deuxième terme et ainsi de suite.

Compléter le tableau suivant en s'inspirant de la colonne du milieu

Terme précédent	Terme	Terme suivant
U_1	U_2	U_3
	U_3	
	U_n	

3) On appelle la **raison** d'une suite arithmétique, la différence entre un terme et son précédent $U_{n+1} - U_n$

Compléter les opérations suivantes :

$$U_2 - U_1 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \quad U_4 - U_3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$U_3 - U_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \quad U_5 - U_4 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

4) Choisir la bonne formule permettant d'exprimer U_{n+1} en fonction de U_n .

$U_{n+1} = U_n - 9$

$U_{n+1} = U_n + 9$

$U_{n+1} = 9 \times U_n$

5) En supposant que la progression reste la même, déterminer U_6 et U_7 .

.....

.....

Copier le fichier « forage ». Sur la feuille de calcul figurent :

– en colonne A : les années,

– en colonne B : les nombres de forages comme indiqué sur le tableau ci-dessous.

	A	B
	Rang de l'année n	Nombre de forages u_n
1	1	23
2	2	32

6) Choisir la formule à saisir dans la cellule B3.

$= B2 + 9$

$= B3 + 9$

$= B2 * 9$

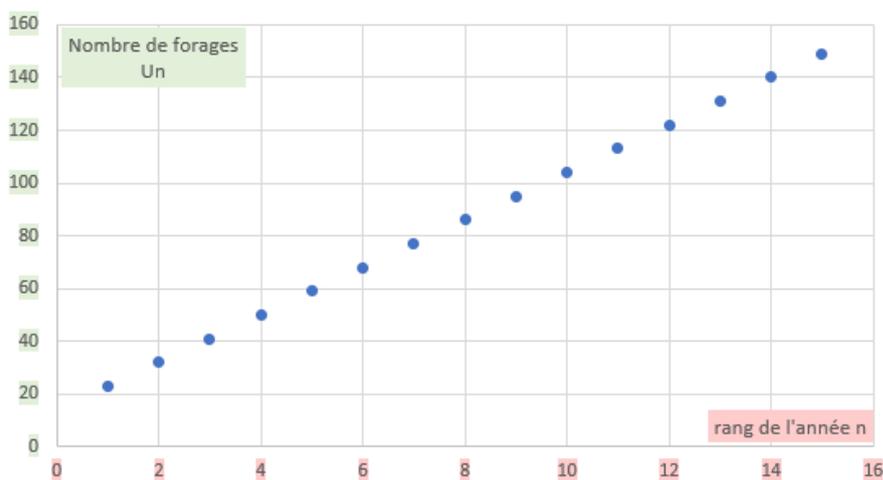
Problèmes

Recopier cette formule jusqu'à B16.

Représenter cette suite à l'aide de l'assistant graphique.

(Sélectionner les cellules de A2 à B16. Puis insertion nuage de points)

Vous devez obtenir un graphique ressemblant à celui-ci :



7) Préciser le sens de variation de la suite

Faire vérifier au professeur

8) Adel, jeune stagiaire dans l'entreprise, affirme qu'il faut ajouter 81 au nombre de forages de la 1^{re} année pour obtenir le nombre de forages la 10^e année.

A-t-il raison ? (Justifier par une phrase)

[Fichier Excel corrigé ici.](#)

La différence entre deux termes consécutifs d'une suite arithmétique est constante.

Problème 3 : Déterminer la somme d'une suite arithmétique***

Comment choisir la bonne formule de location ?

Situation :

L'entreprise LocaMat est spécialisée dans la location d'engins et de matériel de chantier. Gaël souhaite louer une mini-pelle hydraulique.

Il consulte donc le site internet de l'entreprise. Pour la location de la mini-pelle, l'entreprise pratique des tarifs dégressifs suivant la durée de location : un forfait à la semaine et un forfait au mois.

Problématique : Par souci d'économie, il se demande quelle formule choisir entre la location à la semaine et la location au mois.



Forfait loca-semaine

70€ la première journée puis chaque journée supplémentaire coûte 5€ de moins que la précédente

Problèmes

Compétence analyser-raisonner :

1) Proposez une méthode pour répondre à la problématique :

.....

.....

.....

.....

Première partie : Location à la semaine

En naviguant dans la rubrique des différentes offres commerciales de LocaMat, Gaël trouve d'abord la proposition ci-contre : **le forfait Loca-semaine.**

2) Soit $U_1 = 70$ € le prix à payer pour une journée de location. À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous.

Journée (rang n)	1	2	3	4
Prix de la journée U_n (en €)	$U_1 = 70$	$U_2 =$	$U_3 =$	$U_4 =$

3) La suite (U_n) est une suite arithmétique. Préciser son premier terme et sa raison.

.....

4) Écrire (U_n) . en fonction de n

.....

5) Calculer U_7 :

$$U_7 = \dots \dots \dots$$

Déterminer la somme totale à payer pour une location de n jours en utilisant la formule ci-dessous :

$$S_n = \frac{n \times (U_1 + U_n)}{2}$$

6) Dans le cas où $n=7$ jours :

$$S_{\dots} = \frac{\dots \times (U_{\dots} + U_{\dots})}{2} = \frac{\dots \times (\dots + \dots)}{\dots} = \dots$$

7) En déduire le tarif pour 28 jours : (*attention, on appliquera 4 fois le tarif hebdomadaire !*)

.....

Problèmes

Deuxième partie : Location au mois

Toujours sur le site de LocaMat, Gaël consulte ensuite les tarifs réservés aux professionnels et découvre le forfait Loca-mensuel ci-contre.

On note V_n le prix à payer pour une journée de location,

V_2 celui de la deuxième journée, etc.

Soit $V_1 = 81$ € le prix à payer pour une première journée de location.

Forfait loca-mensuel

81 € la première journée puis chaque journée supplémentaire coûte 3€ de moins que la précédente

8) La suite (V_n) une suite arithmétique. Préciser son premier terme et sa raison

.....

9) Exprimer V_n en fonction de n

.....

10) Calculer le prix du 7e jour, puis celui du 28e jour :

$$V_7 = \dots \dots \dots \quad V_{28} = \dots \dots \dots$$

Déterminer la somme totale à payer pour une location de n jours en utilisant la formule ci-dessous :

$$S_n = \frac{n \times (U_1 + U_n)}{2}$$

11) Dans le cas où $n=7$ jours :

$$S_{\dots} = \frac{\dots \times (U_{\dots} + U_{\dots})}{2} = \frac{\dots \times (\dots + \dots)}{\dots} = \dots$$

12) Dans le cas où $n=28$ jours :

$$S_{\dots} = \frac{\dots \times (U_{\dots} + U_{\dots})}{2} = \frac{\dots \times (\dots + \dots)}{\dots} = \dots$$

Troisième partie : Comparaison des deux forfaits à l'aide d'un tableurCopier le fichier « [loca semaine mensuel](#) »

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Forfait loca-semaine 70 € la première journée puis chaque journée supplémentaire coûte 5 € de moins que la précédente				Forfait loca-mensuel 81 € la première journée puis chaque journée supplémentaire coûte 3 € de moins que la précédente		
2		journée rang n	prix de la journée	somme totale (€)		journée rang n	prix de la journée	somme totale (€)
3		1	70 €	70 €		1	81 €	81 €
4		2				2		

- 13) Quelles formules faut-il saisir en C4 pour calculer U_2 et en G4 pour calculer V_2 ?

- 14) Quelles formules faut-il saisir en D4 et en H4 pour calculer la somme des 2 journées ?

Copier les formules à tout le tableau

- 15) Comparer avec les valeurs obtenues aux parties A et B

- 16) Répondre à la problématique

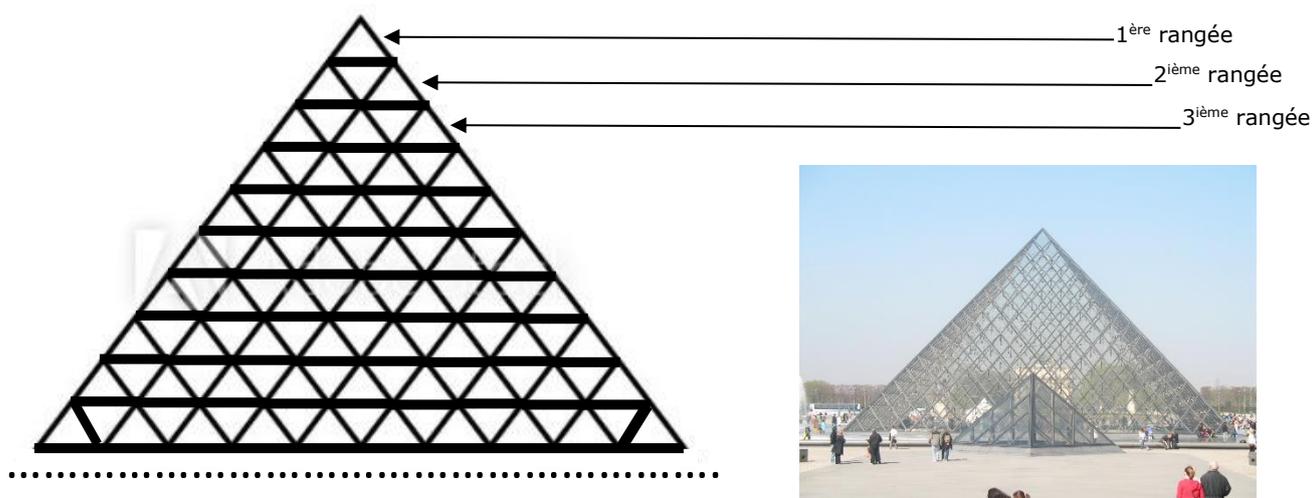
[correction fichier Excel ici](#)

Problème 4 : Déterminer la somme d'une suite arithmétique

Quel est le nombre de triangles sur la Pyramide ?

Situation

En voyage scolaire à Paris, Lila et sa classe visitent le musée du Louvre. Lila en profite pour admirer la pyramide, située au milieu de la cour Napoléon du musée. Le professeur explique que l'on peut construire une face de la pyramide à partir de triangles comme l'indique le modèle ci-dessous



Selon le professeur, la face comporterait au total 18 rangées de triangles. Ainsi, il y aurait un triangle sur la partie supérieure (première rangée), trois triangles sur la ligne en dessous (deuxième rangée), et ainsi de suite...



Problématique : Combien y a-t-il de triangles au total sur une face de la pyramide ?

Compétence analyser-raisonner :

1) Proposez une méthode pour répondre à la problématique :

.....

.....

.....

.....

2) Calculer le nombre de triangles de la troisième et de la quatrième rangée.

On note U_1 le nombre de triangles de la première rangée, U_2 celui de la deuxième rangée... et r la raison de la suite formée par U_1, U_2, U_3, \dots

3) Quelle est la nature de la suite de terme général (U_n) ? Préciser sa raison.

4) Exprimer U_n en fonction de n .

5) En déduire le nombre de triangles sur la dernière rangée. ($n = 18$)

Copier puis ouvrir le fichier « Louvre » pour afficher le tableau ci-dessous permettant d'obtenir les valeurs de :

(U_n) nombre de triangles

et de S_n (somme des n premiers termes : $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ nombre total des triangles)

	A	B	C
1	rangée	nombre de triangle	nombre total de triangles
2	1	1	1
3	2	3	4
4	3	5	9

6) Parmi les 3 propositions suivantes, entourer la formule utilisée pour la cellule C3.

=C2+B3

=1+B3

=B1+B3

Recopier les cellules vers le bas jusqu'à la rangée 18.

7) Déterminer le nombre total de triangles sur une face de la pyramide :

En utilisant le tableur : $S_{18} = \dots\dots\dots$

En utilisant la formule de calcul de la somme. Formule : $S_n = \frac{n \times (U_1 + U_n)}{2}$

Nombre de termes : $\dots\dots\dots$

$$U_1 = \dots\dots\dots \quad U_{18} = \dots\dots\dots$$

$$S_{18} = \frac{\dots\dots\dots \times (U_{\dots\dots\dots} + U_{\dots\dots\dots})}{2} = \frac{\dots\dots\dots \times (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots)}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

8) Répondre à la problématique :

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

[Correction fichier Excel ici.](#)